

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“29” серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Топологія

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) рівень

галузь знань _____ 01 – Освіта/Педагогіка

спеціальність _____ 014.04 – Середня освіта (Математика)

освітня програма _____ «Математика та інформатика»

спеціалізація _____

вид дисципліни _____ обов'язкова

факультет _____ математики і інформатики

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Гончарук Анна Борисівна, доктор філософії, викладач закладу вищої освіти кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики
Протокол від “26” серпня 2024 року №8

Завідувач кафедри прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми «Математика та інформатика»

Гарант освітньо-професійної програми «Математика та інформатика»

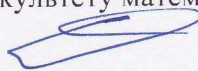


Ганна ЧЕРНОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року №1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Топологія» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності (напряму) 014.04 – Середня освіта (математика) спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є ознайомлення студентів з деякими найпростішими поняттями, фактами і методами топології.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

1. Ознайомити студентів із поняттям інваріанту та основними топологічними інваріантами.
2. Надати уявлення про зв'язки між різними галузями математики.
3. Розвинути навички знаходження інформації, проведення заняття на задану тему та доведення теорем або опису математичної конструкції перед аудиторією.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
3-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
в тому числі індивідуальні завдання	
24 год.	

1.6. Заплановані результати навчання

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

Знати:

1. Означення понять інваріант, гомеоморфізм, многовид, орієнтовність, компактність, ейлерова характеристика, векторне поле, особлива точка векторного поля.
2. Основні інваріанти гомеоморфізму многовидів.
3. Основні приклади компактних двовимірних многовидів без межі.
4. Основні типи особливих точок векторного поля.
5. Формулу Ейлера для плоских графів, формулювання теореми про класифікацію двовимірних многовидів, теореми про нерухому точку, основної теореми алгебри.
6. Ідею доведення теореми про класифікацію двовимірних многовидів.
7. Ідею доведення основної теореми алгебри.

Вміти:

1. Доводити формулу Ейлера.
2. Перетворювати і зображати ізотопічно еквівалентні многовиди.
3. Застосовувати інваріанти гомеоморфізму многовидів для доведення їх негомеоморфності.
4. Записувати і перетворювати розгортки многовидів, визначати тип многовиду за розгорткою.
5. Визначати тип многовиду за допомогою ейлерової характеристики.
6. Визначати тип особливих точок векторного поля, визначати індекс особливої точки та індекс кривої у векторному полі.

За освітньо-професійною програмою студент повинен досягти таких програмних результатів навчання:

ПРН03. Знати основні поняття логіки, загальні принципи побудови математичних теорій, у тому числі аксіоматичний. Уміти формулювати та доводити математичні твердження, отримувати висновки, встановлювати правильність розв'язання задач та міркувань; володіти методами логічного виведення (дедуктивні, індуктивні, семантичні тощо). Володіти основами методу формалізації, навичками узагальнення навчальних дій, методами математичних міркувань.

ПРН06. Знати основи і аксіоматику геометрії. Знати основні класи геометричних та топологічних об'єктів: афінні та евклідові простори (зокрема, тривимірний), топологічні та метричні простори, відображення, характерні для таких просторів, диференційовані криві та поверхні, властивості цих об'єктів та теореми про них. Уміти досліджувати геометричні та топологічні об'єкти та використовувати їх у теоретичних та практичних задачах. Володіти геометричними і топологічними методами при вирішенні теоретичних і практичних задач.

ПРН19. Знати теореми і методи класичних і сучасних розділів геометрії і топології: диференціальної геометрії, ріманової геометрії, геометрії підмноговидів і груп Лі. Уміти застосовувати сучасні методи геометрії і топології для отримання нових наукових результатів з математики.

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

Тема 1.

Еластичні перетворення поверхонь. Предмет топології.

Тема 2.

Правильні багатогранники. Формула Ейлера для багатогранників. Розгортки багатогранників.

Тема 3.

Двовимірні многовиди. Сфера, тор, сфера з ручками, пляшка Клейна, проєктивна площина.

Тема 4.

Гомеоморфізм. Многовид. Інваріанти гомеоморфізму многовидів.

Тема 5.

Розгортки многовидів. Теорема про класифікацію двовимірних многовидів. Ейлерова характеристика.

Тема 6.

Векторне поле і його особливі точки. Індекс кривої та індекс особливої точки у векторному полі.

Тема 7.

Теорема про нерухому точку. Основна теорема алгебри. Теорема про продовження векторного поля.

Тема 8.

Цікаві розділи топології. Зв'язок з алгеброю та комплексним аналізом. Представлення індивідуальних завдань.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Тема 1. Еластичні перетворення	8	2	2			4						
Тема 2. Формула Ейлера для багатогранників	10	4	2			4						

Тема 3. Двовимірні многовиди	12	2	4			6						
Тема 4. Інваріанти гомеоморфізму многовидів	18	6	6			6						
Тема 5. Теорема про класифікацію двовимірних многовидів	14	6	4			4						
Тема 6. Векторне поле і його особливі точки	12	4	4			4						
Тема 7. Теорема про нерухому точку. Основна теорема алгебри. Теорема про продовження векторного поля	12	4	4			4						
Тема 8. Цікаві розділи топології	34	4	6			24						
Разом	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Еластичні перетворення. Представлення тем доповідей.	2
2	Правильні багатогранники. Розгортки багатогранників.	2
3	Поверхні. Циліндр, стрічка Мебіуса, сфера, тор, пляшка Клейна.	2
4	Проективна площина. Задачі проєктивної геометрії. Олімпіадні задачі та проєктивні методи.	2
5	Відношення еквівалентності. Фактор-множина. Гомеоморфізм.	2
6	Гомеоморфізм та ізотопічна еквівалентність. Вузли.	2
7	Многовид. Інваріанти многовиду.	2
8	Розгортки многовидів. Перетворення розгорток.	4
9	Ейлерова характеристика. Розв'язування задач.	2
10	Векторні поля на площині. Приклади.	2
11	Індекс кривої та індекс особливої точки векторного поля.	2
12	Векторні поля на поверхнях. Класифікація орієнтовних поверхонь.	2
13	<i>Представлення індивідуальних завдань</i>	6
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань	24
2	Підготовка індивідуального завдання	24
3	Підготовка до заліку	8
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Індивідуальне завдання передбачає доповіді за заданими темами, з обов'язковим доведенням теореми або описом математичної конструкції.

1 тема: Зірчасті багатогранники. Діаграма зірки для ікосаедра і додекаедра. Побудова діаграми.

2 тема: Вузли. Інваріанти вузлів. Зачеплення. Доведення того, що не можна розчепити пальці, не знімаючи годинника. Приклад мотузки, яка розв'язується, якщо карабіни зачепилися.

3 тема: Коси. Теорія груп. Алгебра кос і вузлів. "Доведення" того, що вузол не можна розв'язати, зав'язуючи поряд із ним інший.

4 тема: Крива Пеано, яка проходить через усі точки квадрату. Крива, що не перетинає себе та має ненульову площу. Фрактали. Приклади фракталів (наприклад, множина Мандельброта). Фрактальна розмірність.

5 тема: Рогата сфера Александера. Многовид, що поділяє простір на сферу і не-сферу

6 тема: Багатокомірники, 4-вимірний простір. Теорема Ейлера для 4-вимірного простору (з доведенням).

7. Методи навчання.

Пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, метод проблемного викладу та частково-пошуковий метод, наочний метод.

8. Методи контролю.

Перевірка виконання домашніх завдань, поточне опитування за лекційним матеріалом, представлення індивідуального завдання, перевірка залікової роботи.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Залікова робота	Сума
Теми 1-4	Теми 5-8	Індивідуальне завдання	Разом		
20	20	20	60	40	100

Критерії оцінювання:

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять. Домашні завдання передбачають письмове виконання завдань з поясненнями. Передбачається 4 домашніх завдання по 10 балів.

Індивідуальне завдання передбачає доповіді за заданими темами, з обов'язковим доведенням теореми або описом математичної конструкції. При оцінюванні враховується повнота і правильність викладення студентом матеріалу (15 балів, бал може бути знижений, якщо допущені суттєві помилки або матеріал висвітлений не повністю), стисле, зрозуміле та цікаве викладення матеріалу, спілкування з аудиторією (5 балів).

Залікова робота проводиться у письмовій формі, передбачає відповідь на три питання зі списку, який надається студентам заздалегідь. Три питання: в першому пропонується навести означення (12 балів), в другому – навести приклади (12 балів), в третьому -- ідею доведення теореми із неформальною складовою: мотивацією проведення міркувань в доведеннях (16 балів). Бал може бути знижений при неправильній або неповній відповіді.

Шкала оцінювання: дворівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10.Рекомендована література

Основна література

1. О. А. Борисенко. Диференціальна геометрія і топологія. Х.: Основа, 1995.
2. О. О. Пришляк. Топологія многовидів. К: 2013.
3. D. Hilbert, S.Cohn-Vossen. Geometry and the Imagination. AMS, 1999.

Допоміжна література

4. http://www.dimensions-math.org/Dim_E.htm
5. Dimentions:
<https://www.youtube.com/watch?v=6cpTEPT5i0A&list=PL3C690048E1531DC7>
6. Imaginary numbers are real:
https://youtu.be/T647CGsuOVU?list=PLiaHhY2iBX9g6KIvZ_703G3KJXapKkNaF
7. Hilbert's curve:
https://www.youtube.com/watch?v=3s7h2MHQtxc&t=0s&ab_channel=3Blue1Brown
8. Fractals: https://www.youtube.com/watch?v=RU0wScIj36o&ab_channel=3Blue1Brown
9. https://www.youtube.com/watch?v=ac9_yK6onow&ab_channel=JakubHejhal
10. The Klein bottle: <https://youtu.be/yaeyNjUPVqs>
11. The Klein bottle: https://youtu.be/_PCoPzf8i9o
12. The Klein bottle from two Moebius bands: <https://youtu.be/a5Azcwe9p4o>
13. Projective plane: <https://youtu.be/W-sKLN0VBkk>
14. The Projective plane is a Moebius strip and a disc:
<https://youtu.be/u0VkipElMo?list=UU6YBBZzT2KURLjiOJBgGGOg>
15. Turning a sphere outside-in: <https://youtu.be/wO61D9x6lNY>